

B.A. 1st Semester Examination,

November-2014

MATHEMATICS-III

Paper-BM-113

Solid Geometry

Time allowed : 3 hours]

[Maximum marks : 26

Note : Attempt five questions in all, selecting one question from each section. Section-V is compulsory. Each question for Section I-IV are of 5 (3+2) marks and each part of Section-V is of 1 mark.

नोट : प्रत्येक खण्ड से एक प्रश्न चुनते हुए, कुल पाँच प्रश्न कीजिए। खण्ड-V अनिवार्य है। खण्ड I-IV के प्रत्येक प्रश्न 5 (3+2) अंकों के हैं तथा खण्ड-V का प्रत्येक भाग 1 अंक का है।

Section-I

खण्ड-I

1. (a) What curves are represented by the equation $x^2 + 2xy + (1 + \mu)y^2 + 2\mu y - 1 = 0$, for different values of μ .

कौन से वक्र μ के विभिन्न मानों के लिए, समीकरण

$$x^2 + 2xy + (1 + \mu)y^2 + 2\mu y - 1 = 0,$$

द्वारा निरूपित हैं।

- (b) Trace the conic $9x^2 + 24xy + 16y^2 - 2x + 14y + 1 = 0$

शांकव $9x^2 + 24xy + 16y^2 - 2x + 14y + 1 = 0$ का

अनुरेखण कीजिए।

2. (a) Find the equation of the conic passing through $(1, 1)$ and also through the intersection of the conic $x^2 + 2xy + 5y^2 - 7x - 8y + 6 = 0$ with the straight lines $2x - y - 5 = 0$ and $3x + y - 11 = 0$

$(1, 1)$ से होकर गुजरते हुए तथा सरल रेखाओं $2x - y - 5 = 0$ तथा $3x + y - 11 = 0$ सहित शांकव $x^2 + 2xy + 5y^2 - 7x - 8y + 6 = 0$ के प्रतिच्छेद रेखा से होकर भी गुजरते हुए शांकव का समीकरण ज्ञात कीजिए।

- (b) To find the polar equation of director circle.

निदेशक वृत्त का ध्रुवीय समीकरण ज्ञात करना है।

Section-II

खण्ड-II

3. (a) Find the equation of the circle, circumscribing the triangle formed by the three points $(1, 0, 0)$ $(0, 1, 0)$ $(0, 0, 2)$ and obtain the co-ordinates of the centre of the circle.

तीन बिन्दुओं $(1, 0, 0)$ $(0, 1, 0)$ $(0, 0, 2)$ द्वारा निर्मित त्रिकोण को परिगत करने वाले वृत्त के समीकरणों को ज्ञात कीजिए तथा वृत्त के केन्द्र के निर्देशांकों को प्राप्त कीजिए।

- (b) Obtain the equation of the sphere, having the circle $x^2 + y^2 + z^2 + 10y - 4z - 8 = 0$, $x + y + z = 3$ as the great circle.

वृहद वृत्त के रूप में वृत्त $x^2 + y^2 + z^2 + 10y - 4z - 8 = 0$,
 $x + y + z = 3$ वाले गोलक का समीकरण प्राप्त कीजिए।

4. (a) Find the equation of the right circular cone which passes through the point $(1, 1, 2)$ and has vertex at origin and axis $\frac{x}{2} = \frac{y}{-4} = \frac{z}{3}$

समकोणीय वृत्तीय शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दु $(1, 1, 2)$ से होकर गुज़रता है तथा मूल पर शीर्ष है और अक्ष $\frac{x}{2} = \frac{y}{-4} = \frac{z}{3}$

- (b) Find the equation of enveloping cylinder of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y = 1$ having its generator parallel to the line $x = y = z$

गोलक $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y = 1$ के एन्वालोपिंग बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके जनित्र रेखा $x = y = z$ के समानांतर हैं।

Section-III

खण्ड-III

5. (a) To find the condition that the plane $lx + my + nz = 1$, should touch the ellipsoid

$$\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} + \frac{z^2}{\gamma^2} = 1$$

शर्त को ज्ञात करना है कि तल $lx + my + nz = 1$, दीर्घवृत्तज

$$\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} + \frac{z^2}{\gamma^2} = 1$$

को स्पर्श करें।

- (b) To show that the feet of the normal from (a, b, c) to the ellipsoid are the six points of intersection of the ellipsoid and a certain cubic curve.

दिखाना है कि दीर्घवृत्तज की ओर (a, b, c) से अभिलम्ब का पाद दीर्घवृत्तज तथा किसी घनीय वक्र के प्रतिच्छेदन के छः बिन्दु हैं।

6. (a) Find the equation of the polar plane of (a, b, c) w.r.t. the ellipsoid

$$\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} + \frac{z^2}{\gamma^2} = 1$$

दीर्घवृत्तज $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} + \frac{z^2}{\gamma^2} = 1$ के संदर्भ सहित (a, b, c) के

ध्रुवीय तल का समीकरण ज्ञात कीजिए।

- (b) Find the equation to the plane which cuts the surface $2x^2 + 3y^2 + 5z^2 = 4$ in a conic whose centre is at the point $(1, 2, 3)$.

तल के लिए समीकरण ज्ञात कीजिए जो शंकु जिसका केन्द्र बिन्दु $(1, 2, 3)$ पर है में सतह $2x^2 + 3y^2 + 5z^2 = 4$ को काटता है।

Section-IV

खण्ड-IV

7. (a) Find the locus of a point from which three mutually perpendicular lines can be drawn to the paraboloid $ax^2 + by^2 + 2z = 0$

एक बिन्दु का बिन्दुपथ ज्ञात कीजिए जिससे तीन आपस में समानांतर रेखाएं परवलयज $ax^2 + by^2 + 2z = 0$ की ओर खींची जा सकती हैं।

- (b) Prove that the equation $7x^2 + y^2 + z^2 + 8zx + 16yz - 8xy + 2x + 4y - 40z - 14 = 0$ is a hyperboloid of revolution of one sheet. Find the reduced equation and equation of its principal axis.

सिद्ध कीजिए कि समीकरण $7x^2 + y^2 + z^2 + 8zx + 16yz - 8xy + 2x + 4y - 40z - 14 = 0$ एक परत का अति परवलयज है। समानयित समीकरण तथा इसके प्रमुख अक्ष का समीकरण ज्ञात कीजिए।

8. (a) Find the locus of the point of intersection of perpendicular generators of the hyperbolic paraboloid.

अति परवलयिक परवलयज के समान्तर जनित्रों के प्रतिच्छेदन के बिन्दु का बिन्दु पथ ज्ञात कीजिए।

- (b) Show that the locus of the point of intersection of three planes mutually at right angles, each of which touches one of three given confocals is a sphere.

दिखाइए कि आपस में समकोणों पर तीन तलों जिनमें से प्रत्येक दिए गए तीन कॉनफोकल्स में से एक को स्पर्श करता है के प्रतिच्छेद के बिन्दु का बिन्दुपथ एक गोलक है।

Section-V

खण्ड-V

9. (a) Find centre of conic

$$3x^2 - 5xy - 2y^2 + 17x + y + 14 = 0$$

शांकव $3x^2 - 5xy - 2y^2 + 17x + y + 14 = 0$ का केन्द्र ज्ञात कीजिए।

- (b) Find the polar co-ordinate of a point whose rectangular co-ordinate is $(-1, -1)$

एक बिन्दु के ध्रुवीय निर्देशांक ज्ञात कीजिए जिसका आयताकार निर्देशांक $(-1, -1)$ है।

- (c) Write the condition when two sphere's are orthogonal.

शर्त लिखिए जब दो गोलक लम्बकोणीय हैं।

- (d) Under what condition cone

$$ax^2 + by^2 + cz^2 + 2fyz + 2gzx + 2hxy = 0$$

have three mutually perpendicular generators.

किन शर्तों के अधीन शंकु $ax^2 + by^2 + cz^2 + 2fyz + 2gzx + 2hxy = 0$ के आपस में समानांतर जनित्र हैं।

- (e) Draw the "Hyperboloid of one sheet".

“एक परत का अतिपरवलयज” बनाइए।

- (f) Write the equation tangent plane from a point on Ellipsoid.

दीर्घ वृत्तज पर एक बिन्दु से स्पर्शरेखीय तल समीकरण लिखिए।